

## CIĄGŁE ZMIENNE LOSOWE

**Zadanie 1.** W pewnym biurze czas losowo wybranej rozmowy telefonicznej jest zmienną losową  $T$  o rozkładzie wykładniczym o średniej 5 minut. Oblicz prawdopodobieństwo, że czas trwania rozmowy osoby telefonującej będzie

- dłuższy niż 10 minut
- dłuższy niż 5 minut i krótszy niż 15 minut.

**Zadanie 2.** Dla danych z zadania 1 oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba będzie prowadziła rozmowę telefoniczną dłuższą niż 10 minut pod warunkiem, że rozmawia już co najmniej 5 minut.

**Zadanie 3.** Czas rozwiązania zadania z programowania przez losowo wybranego uczestnika konkursu jest zmienną losową  $X$  o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} Cx, & \text{gdy } x \in (0,45), \\ 0, & \text{gdy } x \notin (0,45). \end{cases}$$

- Oblicz stałą  $C$ .
- Oblicz prawdopodobieństwo, że uczestnik konkursu będzie rozwiązywał zadanie krócej niż 30 minut.
- Oblicz prawdopodobieństwo, że uczestnik konkursu będzie rozwiązywał zadanie krócej niż 30 minut i dłużej niż 20 minut.
- Oblicz prawdopodobieństwo, że uczestnik konkursu będzie rozwiązywał zadanie krócej niż 30 minut pod warunkiem, że rozwiązuje zadanie już co najmniej 15 minut.
- Oblicz wartości dystrybuanty:  $F(30)$ ,  $F(40)$ .

**Zadanie 4.** W zadaniu 3, oblicz średni czas rozwiązania zadania przez uczestnika konkursu?

**Zadanie 5.** W zadaniu 3, jaki procent uczestników konkursu rozwiąże zadanie w czasie krótszym niż 20 minut?

**Zadanie 6.** Czas dojazdu do pracy (w minutach) Pana Kowalskiego w losowo wybranym dniu jest zmienną losową  $T$  o rozkładzie jednostajnym na przedziale  $[30, 60]$ . Oblicz prawdopodobieństwo, że w pewnym dniu Pan Kowalski będzie w drodze do pracy

- co najmniej 40 minut,
- co najwyżej 50 minut i co najmniej 40 minut,
- co najwyżej 50 minut pod warunkiem, że podróżuje już co najmniej 30 minut.

**Zadanie 7.** W zadaniu 6, oblicz

- w jakim zakresie czasu znajduje się 50% najdłuższych trwających dojazdów do pracy Pana Kowalskiego,
- w jakim zakresie czasu znajduje się 25% najdłuższych trwających dojazdów do pracy Pana Kowalskiego,
- średni czas dojazdu do pracy Pana Kowalskiego.

**Zadanie 8.** Z badań wagi uczestników masowych maratonów wynika, że jest ona zmienną losową o rozkładzie normalnym o wartości średniej 60 kg i wariancji 9 kg<sup>2</sup>. Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany uczestnik maratonu waży

- mniej niż 55 kg,
- co najmniej 55 kg i co najwyżej 65 kg.

Jaki procent uczestników maratonu ma wagę przekraczającą 66 kg? Jaką wagę przekracza 70% najwięcej ważących uczestników maratonu?

**Zadanie 9.** Długość trasy przejechanej taksówką w losowo wybranym dniu przez Pana Janka jest zmienną losową o rozkładzie normalnym ze średnią 150 km i standardowym odchyleniu 20 km.

- Oblicz prawdopodobieństwo, że w ciągu dnia Pan Janek przejedzie więcej niż 125 km.
- Jaki jest procent dni, w których Pan Janek przejeżdża mniej niż 100 km.

**Zadanie 10.** Zużycie paliwa na 100 km pewnego modelu samochodu jest zmienną losową o rozkładzie normalnym  $N(6, 0,4)$ . Oblicz prawdopodobieństwo, że na trasie 100 km samochód zużyje więcej niż 5,5 litra i mniej niż 6 litrów paliwa.

**Zadanie 11.** Zmienna losowa  $X$  ma dystrybuantę określoną wzorem

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0,5(x-1) & 1 \leq x < 2 \\ A & x \geq 2 \end{cases}$$

- Jaka jest wartość stałej  $A$ ?
- Oblicz  $P(X = 2)$ ,  $P(X=1)$ .

**Zadanie 12.** Zmienna losowa  $X$  ma dystrybuantę określoną wzorem

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 0,5(x-1) & 1 \leq x < 2 \\ A & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

- Jaką wartość może przyjąć stała  $A$ ?
- Oblicz  $P(X=2)$ ,  $P(X=3)$ .

**Zadanie 13.** Zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny o średniej 5 i odchyleniu standardowym 2. Jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa  $Y = 4X + 2$ ?

**Zadanie 14.** Zmienna losowa  $X$  ma rozkład  $N(3,1)$ . Jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa  $Y = X - 3$ .

**Zadanie 15.** Z ostatnich badań CBOS-u wynikało, że w 1999 roku 67% Polaków popierało wejście Polski do Unii Europejskiej. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród trzech losowo wybranych Polaków

- a. 2 osoby popierają wejście Polski do UE.
- b. nie ma osoby popierającej wejście Polski do UE.
- c. 3 osoby popierają wejście Polski do UE.

**Zadanie 16.** W zadaniu 15 załóżmy, że wybrano losowo 400 Polaków. Niech zmienna losowa  $X$  oznacza liczbę osób spośród nich, które popierają wejście Polski do UE.

- a. Jaka jest wartość średnia  $E(X)$  i wariancja  $\text{Var}(X)$ ?
- b. jaki rozkład prawdopodobieństwa ma zmienna losowa  $X$ ?
- c. Ze względu na dużą liczebność próby, można przyjąć, że standaryzowana zmienna losowa

$$Y = \frac{X - E(X)}{\sqrt{\text{VAR}(X)}}$$

ma w przybliżeniu rozkład normalny. Jakie są parametry tego rozkładu?

- d. Oblicz przybliżone prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych osób nie więcej niż 300 osób popierało wejście Polski do UE.