

## TESTOWANIE HIPOTEZ

**Zadanie 1.** Niech  $\mu$  oznacza średni czas reakcji na pewien bodziec. Poddajemy testowi hipotezę  $H_0: \mu = 5$  przy alternatywie  $H_1: \mu \neq 5$ .

Podać  $p$ -wartości odpowiadające następującym wartościom z statystyki testowej:

- $z = 2,10$ ,
- $z = 0,90$ ,
- $z = 1,96$ ,
- $z = 2,48$ ,
- $z = -0,11$ .

**Zadanie 2.** Docelowa grubość płytki silikonowej stosowanej w pewnych układach elektronicznych wynosi  $245 \mu\text{m}$ . Średnia grubość płytki dla 50-elementowej próbki płytek wynosi  $246,18 \mu\text{m}$ . Wiemy, że odchylenie standardowe wynosi  $3,60 \mu\text{m}$ . Czy zmierzona średnia grubość płytki różni się istotnie od wartości docelowej grubości płytki? Przyjąć poziom istotności testu  $\alpha = 0,01$ . Uzupełnić poniższe punkty.

- Badany parametr: .....
- Hipoteza zerowa: .....
- Hipoteza alternatywna: .....
- Statystyka testowa: .....
- Wartość statystyki testowej: .....
- Wyznaczenie  $p$ -wartości: .....
- Wniosek: .....

**Zadanie 3.** Na dziewięciu losowo wybranych warszawskich stacjach paliw zanotowano pewnego dnia ceny benzyny bezołowiowej 98, dla których obliczono średnią próbkową cenę  $3,55 \text{ zł}$  oraz odchylenie standardowe (próbkowe)  $s = 0,09 \text{ zł}$ . Czy na poziomie istotności  $0,05$  można stwierdzić, że wartość średnia tego gatunku benzyny w dniu badania jest większa niż  $3,50 \text{ zł}$ ? Można założyć, że cena danego gatunku benzyny na losowo wybranej stacji jest zmienną losową o rozkładzie normalnym.

**Zadanie 4.** Rekomendowane ciśnienie dla pewnego typu opony wynosi 2 atmosfery. Próba losowa pomiaru ciśnienia w 35 samochodach o takim ogumieniu w wypożyczalni samochodów dała wartość średnią ciśnienia równą  $1,8$  atmosfery i odchylenie standardowe  $0,1$  atmosfery. Wyznacz  $p$ -wartości dla testów hipotezy

- $H_0: \mu = 2, H_1: \mu < 2$ ,
- $H_0: \mu = 2, H_1: \mu \neq 2$ ,

gdzie  $\mu$  jest średnią wartością ciśnienia w ogumieniu samochodów w wypożyczalni.

**Zadanie 5.** Załóżmy, że zgodnie z normą zawartość biopaliwa w pewnym gatunku benzyny powinna wynosić  $2\%$ , a odchylenie standardowe  $0,1\%$ . Na losowo wybranych stacjach zanotowano następujące zawartości biopaliwa w tym gatunku benzyny:

$1,9\%, 2,2\%, 2,3\%, 2,0\%$ .

Założmy, że rozkład procentowy zawartości biopaliwa w danym gatunku benzyny jest normalny. Czy można twierdzić, że norma nie jest spełniona, przyjmując poziom istotności  $\alpha = 0,01$ ?

**Zadanie 6.** Chcemy stwierdzić, czy dwie metody utylizacji odpadów tłuszczowych wymagają średnio takiej samej ilości tlenu. Dla 14 obserwacji metodą pierwszą otrzymano średnią 18,1 (mg/l) i odchylenie standardowe 5,1, a dla 16 obserwacji drugą metodą średnia i odchylenie standardowe wynoszą odpowiednio 15,3 i 4,7. Przyjmując, że rozkłady poboru tlenu w obu populacjach są normalne i  $\sigma_1 = \sigma_2$  przetestuj hipotezę  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  przeciwko  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ , jeśli  $\mu_1$  i  $\mu_2$  oznaczają średnie poziomy poboru tlenu w obu metodach.

**Zadanie 7.** W celu stwierdzenia, czy mieszkanie przy trasach szybkiego ruchu zwiększa poziom ołowiu we krwi pobrano krew od 30 kobiet mieszkających z dala od tras szybkiego ruchu i 35 mieszkających w ich pobliżu. Średni poziom ołowiu wynosił 9,9 i 16,7 w obu próbach, a odpowiednie odchylenia standardowe 4,9 i 7,0. Oznaczając przez  $\mu_1$  i  $\mu_2$  średnie poziomy ołowiu w obu przypadkach, przetestuj hipotezę  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  przeciwko  $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$ .

**Zadanie 8.** Dla pięciu losowo wybranych kierowców zanotowano następujące czasy reakcji (w sek.) na pewien bodziec przed i po zażyciu leku psychotropowego:

Kierowca	1	2	3	4	5
Przed zażyciem leku	5,5	6,0	5,5	4,5	5,5
Po zażyciu leku	8,5	7,5	6,0	4,5	5,0

Można przyjąć, że różnica czasów jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o znanym odchyleniu standardowym  $\sigma = 1,5$  (sek.). Czy można twierdzić, że wartość średnia czasu reakcji na bodziec jest większa po zażyciu danego leku niż wartość średnia czasu reakcji przed zażyciem leku? Przyjąć poziom istotności 0,01. Dokończ rozwiązanie:

1. Model:  $D_i = X_i - Y_i$ ,  $i=1,2,\dots,5$ , są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie  $N(\mu, 1,5)$ , gdzie  $\mu = \dots\dots\dots$
2. Hipotezy: .....
3. Statystyka testowa: .....
4. Obliczona wartość statystyki: .....
5. Kwantyl: .....
6. Zbiór krytyczny  $C = \dots\dots\dots$
7. Odpowiedź na pytanie i jej uzasadnienie: .....

**Zadanie 9.** Ocenia się, że w województwie X korzystało bezprawnie z pewnej ulgi podatkowej 10% podatników. Istnieje obawa, że zmiana przepisów podatkowych mogła zwiększyć podany odsetek osób nieprawidłowo obliczających płacony przez nie podatek. Wylosowano 150 podatników i wykazano, że 21 z nich niesłusznie skorzystało ze wspomnianej ulgi. Skonstruuj odpowiedni test i na tej podstawie oceń zasadność istniejących obaw.